



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)**

Кафедра «ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ПЛАТФОРМЫ В
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ»

Учебное пособие

Теория автоматического управления

Ростов-на-Дону

2023

УДК 62-83.01 (075.8)

Составитель(и) Каун О.Ю.

Учебное пособие: Теория автоматического управления/ Каун О.Ю.,
Луконин А.В., Воронов А.С. – Ростов-на-Дону: Донской государственный
технический университет, 2023. – 60 с.

Предназначены для обучающихся по направлению подготовки 13.03.02
Электроэнергетика и электротехника.

Введение

Учебное пособие «Теория автоматического управления» предназначено для студентов направления 13.03.02. «Электроэнергетика и электротехника», «Электроэнергетические системы и сети», «Автоматизированные электрические распределительные сети» разных форм обучения для дисциплин «Теория автоматического управления», «Теория автоматического управления в энергосистемах», «Теория автоматического управления в системах электроснабжения». Общая трудоемкость дисциплины составляет 144 часа (4 з.е.).

Учебное пособие состоит из 8 глав.

Лекция 1 Общие принципы построения АСУ

Первые упоминания об автоматических системах связаны с именем Герона Александрийского (2000 лет назад). Он описал автоматы для продажи святой воды, театрализованные постановки, управляемые при помощи программных барабанов, стрелометы и другие системы, заменяющие полностью или частично человека. Сам термин «автоматика» в переводе с древнегреческого означает «самодействующий».

Под **автоматикой** понимают отрасль науки и техники, изучающую теорию и принципы построения устройств, действующих без непосредственного участия человека.

Понятие теория автоматического управления объединяет теорию и автоматическое управление.

Теория – совокупность знаний, позволяющих при определенных условиях получать достоверный результат;

Управление – воздействие, оказываемое на объект, для определения и/или поддержания заданного режима.

Если целью управления является только поддержание заданного режима, то управление называется **регулированием**.

Различают ручное, автоматизированное и автоматическое управление.

Ручное управление – управление, которое полностью осуществляется человеком.

Автоматизированное управление – управление, которое осуществляется человеком с помощью технических средств.

Автоматическое управление – управление без вмешательства человека с помощью технических средств.

Теория автоматического управления (ТАУ) – совокупность знаний, позволяющих создавать и вводить в действие автоматические системы управления технологическими процессами с заданными характеристиками.

При изучении процессов управления в ТАУ абстрагируются от физических и конструктивных особенностей АСУ и вместо реальных АСУ рассматривают их адекватные математические модели. Поэтому основным методом исследования в ТАУ является **математическое моделирование**.

ТАУ вместе с теорией функционирования элементов систем управления (датчиков, регуляторов, исполнительных механизмов) образует более широкую отрасль науки – **автоматику**. Автоматика, в свою очередь, является одним из разделов технической кибернетики.

Техническая кибернетика изучает сложные автоматизированные системы управления технологическими процессами (АСУТП) и предприятиями (АСУП), построенными с использованием управляющих электронных вычислительных машин.

Наиболее значительный вклад в становление теории автоматического управления внесли английский физик, профессор Кембриджа Джемс Клерк Максвелл (1831—1879), русский инженер - профессор СПб Технологического института Иван Алексеевич Вышнеградский (1831—1895) и словацкий инженер - профессор Цюрихского Политехникума Аурель Стодола (1859—1942), фундаментальные работы которых создали то, что мы называем **классической линеаризованной теорией автоматического регулирования**.

Предметом изучения теории автоматического управления являются системы автоматического управления (САУ), состоящие из множества взаимодействующих элементов, принадлежащих объекту управления и комплексу управляющих устройств.

Технологический процесс (ТП) – это совокупность в определенной последовательности выполняемых операций по переводу (переработке) исходного материала (продукта) в требуемое состояние. Требуемое состояние (качество) продукта определяет последовательность выполнения технологических операций и режимы работы технологического оборудования. Для ТП определяется алгоритм функционирования – совокупность предписаний, ведущую к правильному выполнению ТП.

Алгоритм управления – совокупность предписаний, определяющая характер управляющего воздействия с целью выполнения алгоритма функционирования.

Управление – процесс осуществления воздействия, соответствующего алгоритму управления.

Автоматический процесс - процесс, осуществляемый без участия человека.

Автоматизированный процесс - процесс, осуществляемый при совместном участии человека и средств автоматизации.

Автоматизация – перенос части или всех операций по управлению производственным процессом на технические средства.

Цель изучения ТАУ – учет приобретенных знаний в практической деятельности при проектировании, производстве, монтаже, наладке и эксплуатации АСУ.

Устройство (машина, аппарат, технологический процесс), в котором необходимо поддерживать некоторое значение переменной или показателя, называется **объектом управления (ОУ)**.

Объектами управления являются, например, как отдельные устройства электрической системы (турбогенераторы, силовые преобразователи электрической энергии, нагрузки), так и электрическая система в целом.

Управляющее (входное) воздействие (U) – воздействие, подаваемое на вход объекта управления.

Выходная (управляемая) величина (Y) – переменная (сигнал), являющаяся показателем, для которого определяется цель управления.

Возмущающее воздействие (F) – воздействие внешней среды на систему, совокупность нагрузки и помех.

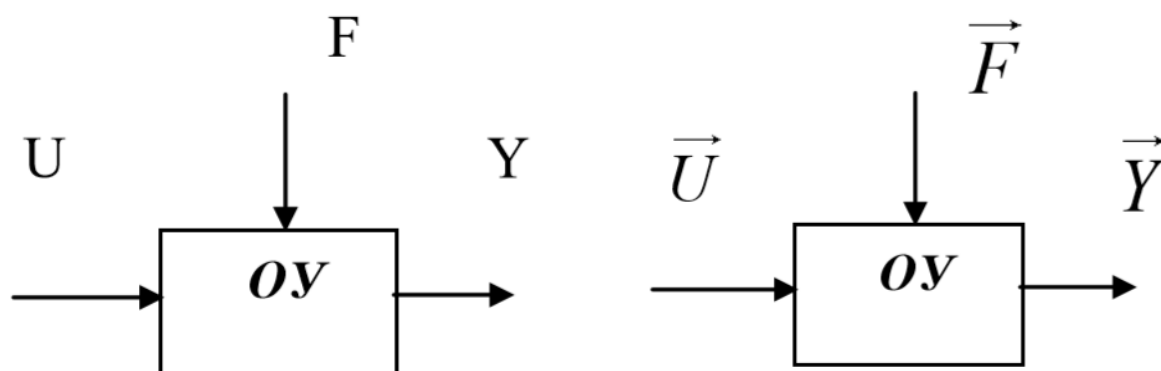


Рисунок 1 – Схематичное представление объекта управления

Если входные и выходная величина представлены в единственном числе, то такой объект является одномерным (рисунок 2, а). В общем случае объект управления может быть представлен многомерным, а соответствующие величины - множествами (рисунок 2, б). Многомерные ОУ часто называются технологическими объектами управления (ТОУ), которые характерны для автоматизированных систем управления технологическими процессами.

Алгоритм функционирования устройства (системы) – совокупность предписаний, ведущих к правильному выполнению технического процесса в каком-либо устройстве или в совокупности устройств (системе).

Алгоритм управления – совокупность предписаний, определяющая характер воздействий извне на объект управления, обеспечивающих его алгоритм функционирования.

Примерами алгоритмов управления являются алгоритмы изменения возбуждения синхронного генератора и расхода пара в их турбинах с целью компенсации нежелательного влияния изменения нагрузки потребителей на уровни напряжения в узловых точках электрической системы и частоту этого напряжения.

Устройство управления (УУ) – устройство, осуществляющее в соответствии с алгоритмом управления воздействие на объект управления.

Примерами устройств управления являются автоматический регулятор возбуждения (АРВ) и автоматический регулятор частоты вращения (АРЧВ) синхронного генератора.

Автоматическая система управления (АСУ) – совокупность взаимодействующих между собой объекта управления и устройства управления.

Таковой, например, является автоматическая система возбуждения синхронного генератора, содержащая взаимодействующие между собой АРВ и собственно синхронный генератор.

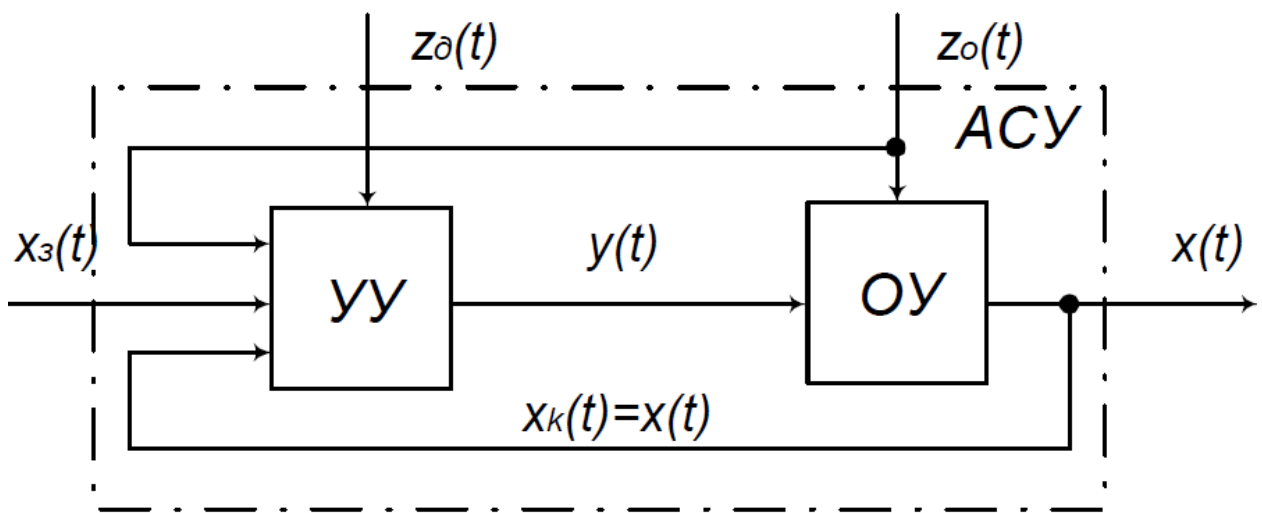


Рисунок 2 - Обобщенная структурная схема АСУ

$x(t)$ – **управляемая величина** – физическая величина, характеризующая состояние объекта.

$z_o(t)$, $z_d(t)$ – соответственно **основное** (действующее на объект управления) и **дополнительное** (действующее на устройство управления) **возмущающие воздействия**.

Примерами основного возмущающего воздействия $z_o(t)$ являются изменение нагрузки синхронного генератора, температуры охлаждающей его среды и т.п., а дополнительного возмущающего воздействия $z_d(t)$ – изменение условий охлаждения УУ, нестабильность напряжения источников питания УУ и т.п.

$y(t)$ – **управляющее воздействие**.

Управляющее воздействие вырабатывается в управляющем устройстве в соответствии с алгоритмом управления в зависимости от истинного и предписанного значений управляемой величины.

$x_k(t) = x(t)$ – **контрольное воздействие** – информация об истинном значении управляемой величины.

$x_z(t)$ – **задающее воздействие** – предписанное (желаемое) значение управляемой величины.

Алгоритм управления (алгоритм функционирования управляющего устройства) – зависимость управляющего воздействия от задающего воздействия, управляемой величины и дополнительного возмущающего воздействия.

Алгоритм функционирования объекта управления – зависимость управляемой величины от управляющего и основного возмущающего воздействий.

Алгоритм функционирования объекта и алгоритм управления в совокупности образуют алгоритм функционирования АСУ.

Воздействия $z(t)$ и $x_z(t)$ являются *внешними* для рассматриваемой системы, а воздействия $x_k(t)$ и $y(t)$ – *внутренними*. Передача внешних и внутренних воздействий происходит через элементы АСУ, которые в совокупности образуют несколько цепей воздействий. На рис.1.1 можно указать, например, цепи воздействий от величины $x_z(t)$ к величине $y(t)$ и далее к $x(t)$, от $z(t)$ к $x(t)$.

Различают три стороны любого воздействия:

- **энергетическая** – сторона, проявляющаяся в процессах преобразования и передачи энергии;
- **метаболическая** – сторона, проявляющаяся в процессах преобразования формы и состава вещества;
- **информационная** – сторона, связанная с переносом каждым воздействием определенной информации.

Информационная сторона наиболее важна для изучения процессов, происходящих в АСУ. Эти процессы заключаются в преобразовании сигналов.

Сигнал в автоматике – определенная физическая величина, отображающая в соответствии с принятой условностью информацию, содержащуюся в воздействии. Проиллюстрируем введенные понятия на примере конкретной АСУ. На рис.1.2 изображена структура автоматической системы управления возбуждением синхронного генератора.

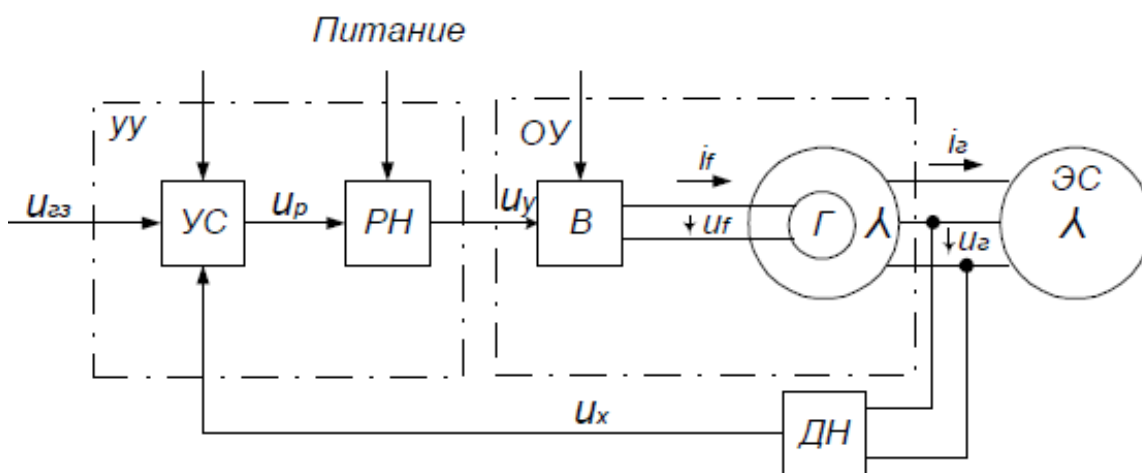


Рис. 1.2. Структура автоматической системы управления возбуждением синхронного генератора

Назначение системы – поддержание постоянным напряжения на выводах статорной обмотки генератора путем изменения тока в его обмотке возбуждения. Управляемой величиной $x(t)$ в системе является напряжение u_g генератора. Сигнал u_x (контрольное воздействие $x_k(t)$), пропорциональный напряжению u_g , вырабатывается датчиком напряжения ДН и передается в устройство сравнения УС, где он сравнивается с заданием $u_{гз}$ (задающим воздействием $x_z(t)$). В зависимости от знака и величины сигнала рассогласования u_p регулятор напряжения РН формирует сигнал управления u_y (управляющее воздействие $y(t)$) на увеличение или уменьшение тока возбуждения i_f на выходе возбудителя В. Этот ток возбуждения и определяет напряжение u_g генератора. Основным возмущающим воздействием $z_o(t)$ является ток нагрузки i_g генератора в цепи связи с электрической системой ЭС.

В качестве объекта управления ОУ в данной системе можно рассматривать синхронный генератор СГ с возбудителем В. К управляющему устройству УУ относятся устройство сравнения УС и регулятор напряжения РН.

Контрольные вопросы

Лекция 2 Математическое описание САУ

Уравнения звеньев. Линеаризация

Основная сложность, которая существует при выводе уравнений звеньев, заключается в необходимости установления допустимой степени идеализации и упрощения звеньев. Главным упрощением, к которому следует стремиться, является их линеаризация, то есть описание звеньев линейными дифференциальными уравнениями.

Вообще, линеаризация нелинейностей, содержащихся в уравнении, заключается в замене этих нелинейностей приближенными линейными зависимостями.

Рассмотрим простейший метод линеаризации, заключающийся в разложении в ряд Тейлора. Пусть, например, уравнение звена второго порядка, изображенного на рис. 2.1, имеет вид:

$$F(\ddot{x}_2, \dot{x}_2, x_2, \dot{x}_1, x_1) = \Phi(\dot{f}, f), \quad (2.2.1)$$

где F и Φ - некоторые нелинейные функции своих аргументов.

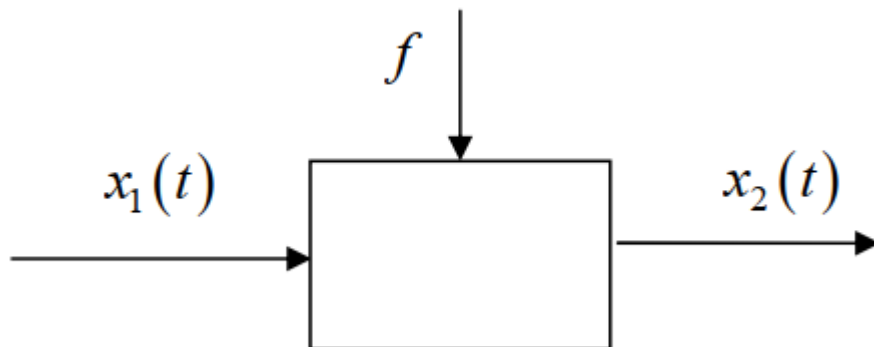


Рисунок 2.1 –

Допустим, что в этом звене установившийся процесс имеет место

при некоторых постоянных значениях: $x_1 = x_1^\circ, x_2 = x_2^\circ, \dot{f} = \dot{f}^\circ, f = f^\circ$.

Тогда уравнение установившегося режима будет

$$F(0, 0, x_2^{\circ}, 0, x_1^{\circ}) = \varphi(0, f^{\circ}).$$

В основе линеаризации нелинейных уравнений лежит предположение о том, что в исследуемом динамическом процессе переменные x_1, x_2 , меняются так, что их отклонения от установившихся значений остаются достаточно малыми. Обозначим эти отклонения через $\Delta x_1, \Delta x_2$. Тогда в динамическом режиме получим:

$$x_1(t) = x_1^{\circ} + \Delta x_1(t),$$

$$x_2(t) = x_2^{\circ} + \Delta x_2(t),$$

$$\dot{x}_1(t) = \Delta \dot{x}_1(t),$$

$$\ddot{x}_2(t) = \Delta \ddot{x}_2(t),$$

$$\dot{x}_2(t) = \Delta \dot{x}_2(t).$$

Условия достаточной малости динамических отклонений переменных от некоторых установившихся значений для систем автоматического регулирования и следящих систем обычно выполняются. Этого требует сам принцип работы замкнутой САР. Внешнее воздействие f не зависит от работы САР, его изменение может быть произвольным и поэтому правая часть уравнения (2.2.1) обычно линеаризации не подлежит. *Первый способ линеаризации.* Разложим функцию F в ряд Тейлора по степеням указанных малых отклонений в точке установившегося режима:

$$F(\ddot{x}_2, \dot{x}_2, x_2, \dot{x}_1, x_1) = F(0, 0, x_2^{\circ}, 0, x_1^{\circ}) + \left. \frac{\partial F}{\partial \ddot{x}_2} \right|_0 \Delta \ddot{x}_2 + \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_2} \right|_0 \Delta \dot{x}_2 + \left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|_0 \Delta x_2 + \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_1} \right|_0 \Delta \dot{x}_1 + \left. \frac{\partial F}{\partial x_1} \right|_0 \Delta x_1 + \theta = \varphi(\dot{f}, f),$$

где θ - члены высшего порядка малости по отклонениям, а все частные производные вычисляются в точке установившегося режима, то есть при

$$\ddot{x}_2 = 0, \dot{x}_2 = 0, x_2 = x_2^{\circ}, \dot{x}_1 = 0, x_1 = x_1^{\circ}.$$

Учитывая соотношение (2.2.2.) и пренебрегая членами высшего порядка малости, получим

$$F(\ddot{x}_2, \dot{x}_2, x_2, \dot{x}_1, x_1) = \left. \frac{\partial F}{\partial \ddot{x}_2} \right|_0 \Delta \ddot{x}_2 + \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_2} \right|_0 \Delta \dot{x}_2 + \left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|_0 \Delta x_2 + \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_1} \right|_0 \Delta \dot{x}_1 + \left. \frac{\partial F}{\partial x_1} \right|_0 \Delta x_1 = \varphi(\dot{f}, f) - \varphi(0, f^{\circ}). \quad (2.2.3)$$

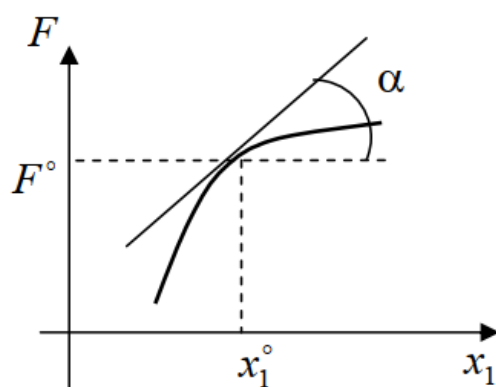
Полученное уравнение (2.2.3) так же, как и уравнение (2.2.1), описывает тот же динамический процесс в том же звене, но отличается следующим:

- уравнение (2.2.3) является приближённым, причем точность приближения тем больше, чем меньше отклонения от установившегося режима,

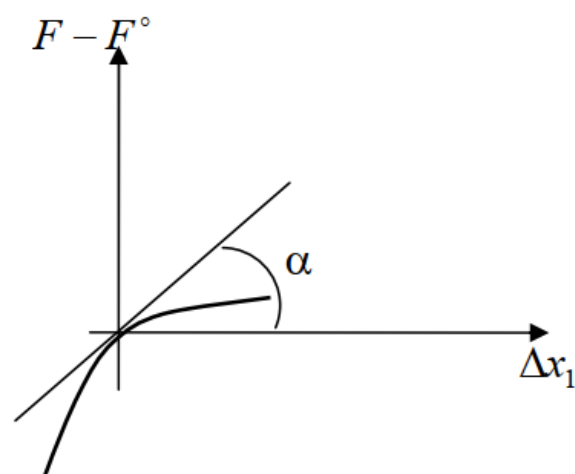
- неизвестные функции времени не x_1, x_2 , а их отклонения от установившегося режима,

- полученное уравнение линейное относительно отклонений.

Приведём графическую иллюстрацию этой линеаризации. Изобразим графически зависимость F , например, от x_1 (рис.2.2, а)



а



б

Из графика видно, что линеаризация может трактоваться как замена кривой на касательную в точке установившегося режима (рис. 2.3.б). Частная

производная $\left. \frac{\partial F}{\partial x_1} \right|_o$ представляет собой тангенс угла наклона касательной

$$x_1^o : \left. \frac{\partial F}{\partial x_1} \right|_o = \operatorname{tg} \alpha$$

к зависимости F от x_1 в точке

Эта замена тем точнее, чем меньше Δx_1 . Границы отклонений Δx_1 могут быть тем больше, чем ближе кривая к касательной. Последним обстоятельством и определяются те границы, внутри которых отклонения можно считать «достаточно малыми». *Второй способ линеаризации.* Из приведённой графической иллюстрации вытекает второй способ линеаризации, который весьма часто применяется на практике. Этот способ заключается в том, что все криволинейные зависимости, используемые для составления уравнений звеньев, заменяются прямолинейными (по касательной к соответствующей кривой). Тогда уравнения сразу получаются линейными.

Замечания.

1. Данный вид линеаризации (разложение в ряд Тейлора) допустим при малых отклонениях от установившегося режима. При этом точность растёт с уменьшением этих отклонений.

2. Таковую линеаризацию можно применять только к непрерывно дифференцируемым нелинейностям. Такие нелинейности называются линеаризуемыми. Нелинейные звенья, не удовлетворяющие этому требованию, называют существенно нелинейными. К ним относятся звенья с прерывистыми характеристиками типа релейных или многоступенчатых характеристик, и с неоднозначными характеристиками типа петли гистерезиса. Нужно помнить, что линеаризацию нельзя проводить только в точках *разрыва* прерывистых характеристик, в остальных точках линеаризацию проводят как обычно. За долгую историю развития в ТАУ

сложились определённые традиции при записи линейных (линеаризованных) уравнений.

Первая стандартная форма записи дифференциального уравнения получится, если выходная величина и все её производные находятся в левой части уравнения, а входные величины – в правой части. Кроме того, сама выходная величина берётся с коэффициентом 1. Посмотрим, как это делается, например, в случае уравнения (2.2.3). Введём в этом уравнении следующие обозначения:

$$T_2^2 = \frac{\left. \frac{\partial F}{\partial \ddot{x}_2} \right|_0}{\left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|_0}, T_1 = \frac{\left. \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_2} \right|_0}{\left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|_0}, K_2 = -\frac{\left. \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_1} \right|_0}{\left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|_0}, K_1 = -\frac{\left. \frac{\partial F}{\partial x_1} \right|_0}{\left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|_0}, K_3 = \frac{1}{\left. \frac{\partial F}{\partial x_2} \right|_0}, f_1 = \varphi(\dot{f}, f) - \varphi(0, f^0).$$

Тогда уравнение (2.2.3) примет следующий вид

$$T_2^2 \Delta \ddot{x}_2 + T_1 \Delta \dot{x}_2 + \Delta x_2 = K_2 \Delta \dot{x}_1 + K_1 \Delta x_1 + K_3 f_1. \quad (2.2.4)$$

Уравнение (2.2.4) удобно записывать в символическом виде, обозначив

оператор дифференцирования через $p = \frac{d}{dt}$ □. Таким образом, получаем *первую форму записи* уравнения звена:

$$(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1) \Delta x_2(t) = (K_2 p + K_1) \Delta x_1(t) + K_3 f_1(t). \quad (2.2.5)$$

Стандартную форму записи (2.2.5) можно использовать как для размерных отклонений реальных величин на входе и выходе звеньев, так и для любых *относительных отклонений*, вводимых иногда для упрощения вида уравнений:

$$x_1 = \frac{\Delta x_1}{x_1^0}, x_2 = \frac{\Delta x_2}{x_2^0} \text{ и т.д.}$$

Коэффициенты T_1, T_2 носят название постоянных времени звена и имеют размерность времени (с), а коэффициенты K_1, K_2, K_3 называются коэффициентами передачи. Если входная и выходная величины имеют

одинаковую размерность, то K_1 – безразмерная величина. Термин «коэффициент передачи» можно пояснить так: если на вход звена подать постоянное воздействие Δx_1° и найти установившееся значение выхода Δx_2° (при этом обнуляются все производные входного и выходного сигналов), то из уравнения (2.2.5) получим $\Delta x_2^\circ = K_1 \Delta x_1^\circ$, то есть коэффициент передачи K_1 – это отношение выходной величины к входной в установившемся статическом режиме. Таким образом, K_1 – это наклон (с учётом масштаба по осям координат) линейной статической характеристики звена. В размерность коэффициента передачи может входить время, например, K_2 имеет размерность времени.

Вторая форма записи. Считаем условно оператор дифференцирования p алгебраической величиной и из уравнения (2.2.5) найдем Δx_2

$$\Delta x_2(t) = \frac{K_2 p + K_1}{T_2 p^2 + T_1 p + 1} \Delta x_1(t) + \frac{K_3}{T_2 p^2 + T_1 p + 1} f_1(t) =$$

$$= W_1(p) \Delta x_1(t) + W_2(p) f_1(t) \quad (2.2.6)$$

Выражения
$$W_1(p) = \frac{K_2 p + K_1}{T_2 p^2 + T_1 p + 1}, W_2(p) = \frac{K_3}{T_2 p^2 + T_1 p + 1}$$

называются передаточными функциями. Вообще говоря, более строго передаточные функции определяются через преобразование Лапласа. Известно, что преобразование Лапласа (одностороннее) некоторой функции времени $f(t)$ определяется следующей парой формул:

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt,$$

$$L^{-1}\{F(s)\} = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) e^{st} ds.$$

Преобразование Лапласа находит широкое применение при решении дифференциальных уравнений и смысл его применения заключается в том, что дифференциальные уравнения относительно функций времени преобразуются

в алгебраические уравнения относительно соответствующих изображений по Лапласу. Применив преобразование Лапласа к уравнению (2.2.5) при нулевых начальных условиях, получим

$$(T_2^2 s^2 + T_1 s + 1) \Delta X_2(s) = (K_2 s + K_1) \Delta X_1(s) + K_3 F_1(s). \quad (2.2.7)$$

Решим уравнение (2.2.7) относительно $\Delta X_2(s)$

$$\begin{aligned} \Delta X_2(s) &= \frac{K_2 s + K_1}{T_2 s^2 + T_1 s + 1} \Delta X_1(s) + \frac{K_3}{T_2 s^2 + T_1 s + 1} F_1(s) = \\ &= W_1(s) \Delta X_1(s) + W_2(s) F_1(s) \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Из уравнения (2.2.8) видно, что передаточная функция есть отношение изображений по Лапласу выходной величины к входной величине при нулевых начальных условиях и нулевых остальных воздействиях:

$$W_1(s) = \frac{\Delta X_2(s)}{\Delta X_1(s)} = \frac{K_2 s + K_1}{T_2 s^2 + T_1 s + 1}, \quad W_2(s) = \frac{\Delta X_2(s)}{F_1(s)} = \frac{K_3}{T_2 s^2 + T_1 s + 1}.$$

Сравнивая уравнения (2.2.6) и (2.2.8), замечаем, что вид этих уравнений совпадает, но нужно помнить, что в дифференциальном уравнении

(2.2.6) p – это оператор дифференцирования $p = \frac{d}{dt}$, а в алгебраическом уравнении (2.2.8) s – это комплексная переменная $s = \sigma + j\omega$.

В общем случае линейное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами имеет вид

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m g(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} g(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m g(t),$$

где $g(t)$ – сигнал на входе, а $y(t)$ – сигнал на выходе звена.

Сокращенная символическая запись этого уравнения

$$a_0 p^n y(t) + a_1 p^{n-1} y(t) + \dots + a_n y(t) = b_0 p^m g(t) + b_1 p^{m-1} g(t) + \dots + b_m g(t) \quad (2.2.9)$$

$$\text{или } (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y(t) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) g(t).$$

Другая форма записи этого же уравнения

$$y(t) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} g(t) = W(p) g(t)$$

Уравнение относительно изображений по Лапласу

$$(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n) Y(s) = (b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m) R(s)$$

$$\text{или } Y(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} R(s) = W(s) R(s). \quad (2.2.10)$$

Понятие передаточной функции весьма удобно при анализе структурных схем. Так, звено, приведённое на рис.2.1, после проведённой линеаризации можно представить в виде схемы рис.2.2.

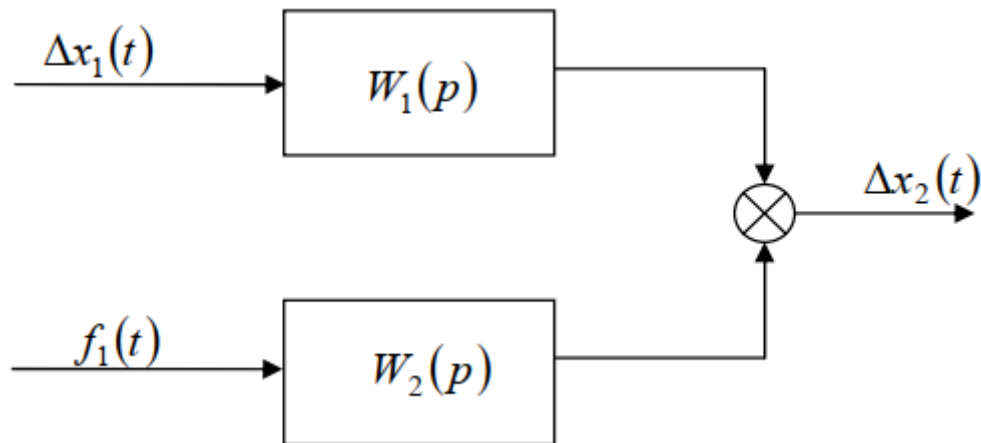


Рис.2.2. Структурная схема звена

Передаточные функции звеньев или отдельных участков структурной схемы позволяют легко получить общее уравнение всей системы.

Первая и вторая формы записи уравнений используются при классическом (частотном) описании САУ.

Контрольные вопросы

Лекция 3 Типовые динамические звенья

Любая структурная схема с достаточной для практики точностью может быть представлена сочетанием типовых звеньев.

Рассмотрим простейшие типовые звенья:

1) *Усилительное* звено (статическое, безинерционное, пропорциональное).

Уравнение звена $y = kx$, передаточная функция $W(p) = k$. Звено усиливает входной сигнал в k раз. Выходной сигнал такого звена в точности повторяет входной сигнал, усиленный k раз. Примерами таких звеньев являются: механические редукторы, рычаги, некоторые датчики, безинерционные усилители и др.

2) *Интегрирующее* звено

Выходная величина идеального интегрирующего звена пропорциональна интегралу входной величины.

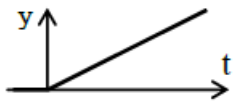


Рисунок 1 - Переходная характеристика идеального интегрирующего звена

$$y = K \int_0^t x(t) dt; \quad W(p) = \frac{k}{p}$$

При подаче на вход звена воздействия выходной сигнал постоянно возрастает.

Это звено астатическое, т.е. не имеет установившегося режима. Примером интегрирующих звеньев являются механические и электрические счетчики, электродвигатели (если в качестве входного воздействия принять напряжение питания, а выходного - угол поворота вала) и др.

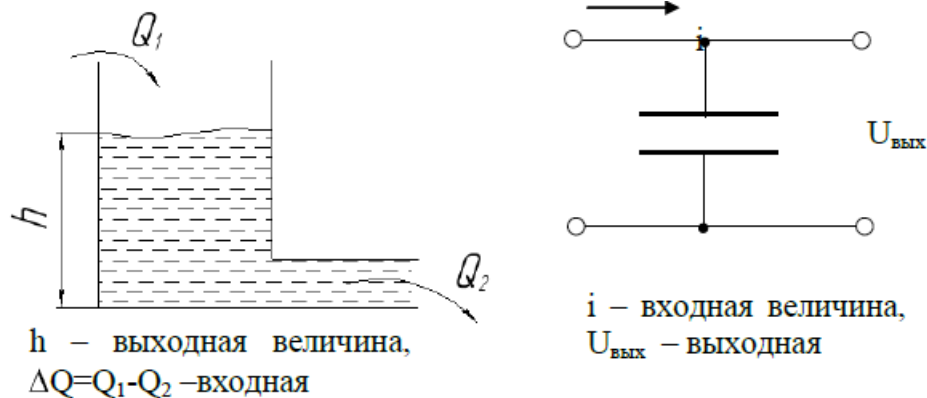


Рисунок 2 - Примеры интегрирующих звеньев

3) Дифференцирующее звено

3.1) Идеальное дифференцирующее звено

Выходная величина пропорциональна производной по времени от входной:

$$y = k \frac{dx}{dt}; \quad W(p) = kp$$

Идеальным дифференцирующим звеном с некоторым приближением является тахогенератор (генератор постоянного тока), входным воздействием служит угол поворота (частота вращения), а выходным – напряжение.

3.2) Реальное дифференцирующее звено

$$T \frac{dy}{dt} + y = k \frac{dx}{dt}, \quad W(p) = \frac{kp}{Tp + 1}$$

Идеальные дифференцирующие звенья физически не реализуемы. Большинство объектов, которые представляют собой дифференцирующие звенья, относятся к реальным дифференцирующим звеньям. Переходная характеристика и АФЧХ этого звена имеют вид, показанный на рисунке 3.

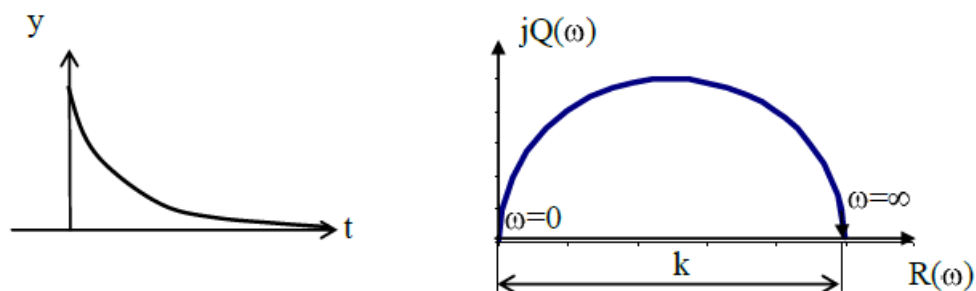


Рисунок 3 - Переходная характеристика и АФЧХ реального дифференцирующего звена

4) *Апериодическое (инерционное) звено первого порядка*

$$T \frac{dy}{dt} + y = kx; \quad W(p) = \frac{k}{Tp + 1}$$

Коэффициент T называется постоянной времени. Апериодическими звеньями являются терморезисторы, термопары и другие малоинерционные преобразователи. Например, водонагреватель большой мощности с тонким корпусом нагревателя (современный электрический чайник) может быть представлен апериодическим звеном первого порядка.

Переходная характеристика и АФЧХ показаны на рисунке 4.

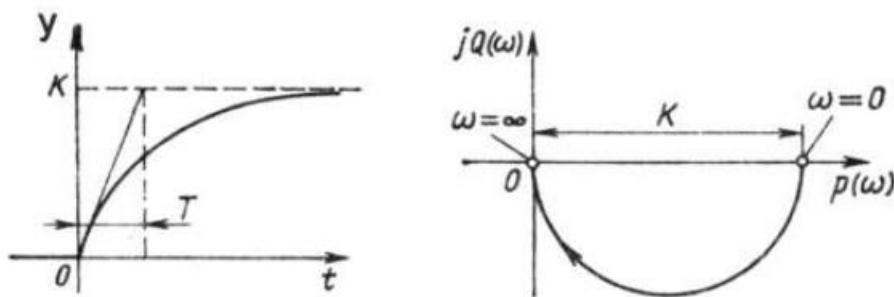


Рисунок 4— Переходная характеристика и АФЧХ апериодического звена первого порядка

5) *Инерционное звено второго порядка*

$$T_2^2 \frac{d^2y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx, \quad W(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$$

Инерционным звеном второго порядка является объект, имеющий две емкости для накопления энергии. Это могут быть водонагревательные установки (сначала энергия идет на нагрев самого нагревателя, затем переходит в воду), отопительные печи, сушильные агрегаты, теплицы, обогреваемые помещения, электрический колебательный контур, пружинный маятник.

Вид переходной характеристики такого звена зависит от соотношения между постоянными времени T_1 и T_2 . При подаче на вход ступенчатого

воздействия переходная характеристика будет иметь один из двух видов: 1 - апериодический (при $T_1 \geq 2T_2$) или 2 - колебательный (при $T_1 < 2T_2$) (см. рисунок 5). Большинство теплотехнических объектов являются апериодическими звеньями второго порядка, а пружинный маятник и электрический колебательный контур – колебательные звенья.

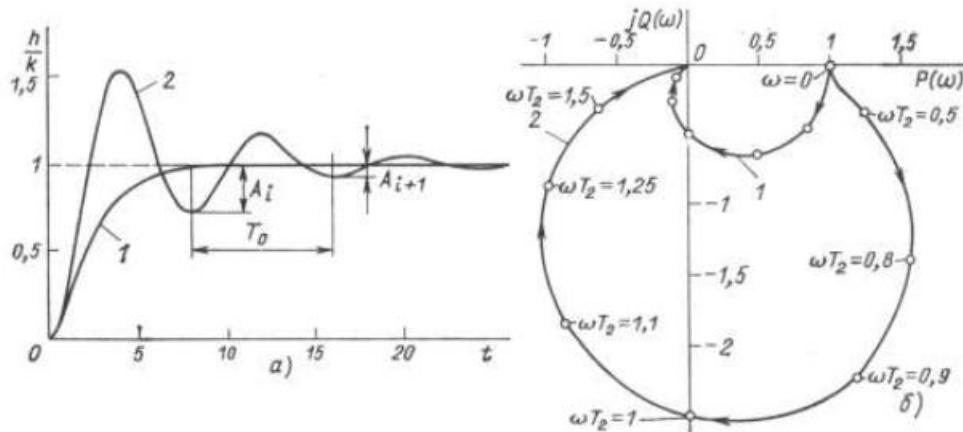


Рисунок 5 – Переходная характеристика (а) и АФЧХ (б) инерционного звена второго порядка

б) Запаздывающее звено.

$$y(t) = x(t - \tau), \quad W(p) = e^{-\tau p}.$$

Выходная величина y в точности повторяет входную величину x с некоторым запаздыванием. Примеры: движение груза по конвейеру, движение жидкости по трубопроводу, теплопроводы.

Контрольные вопросы

Лекция 4 Характеристики и модели типовых динамических звеньев АСУ

Работу системы регулирования можно описать словесно. Словесное описание помогает понять принцип действия системы, ее назначение, особенности функционирования и т.д. Однако оно не дает количественных оценок качества регулирования, поэтому не пригодно для изучения характеристик систем и построения систем автоматизированного управления. Вместо него в ТАУ используются более точные математические методы описания свойств систем:

- статические характеристики,
- динамические характеристики,
- дифференциальные уравнения,
- передаточные функции,
- частотные характеристики.

В любой из этих моделей система может быть представлена в виде звена, имеющего входные воздействия X , возмущения F и выходные воздействия Y . Под влиянием этих воздействий выходная величина может изменяться.

Установившийся режим - это режим, при котором расхождение между истинным значением регулируемой величины и ее заданным значением будет постоянным во времени.

Статические характеристики

Статической характеристикой элемента называется зависимость установившихся значений выходной величины от значения величины на входе системы $y_{уст} = f(x)$.

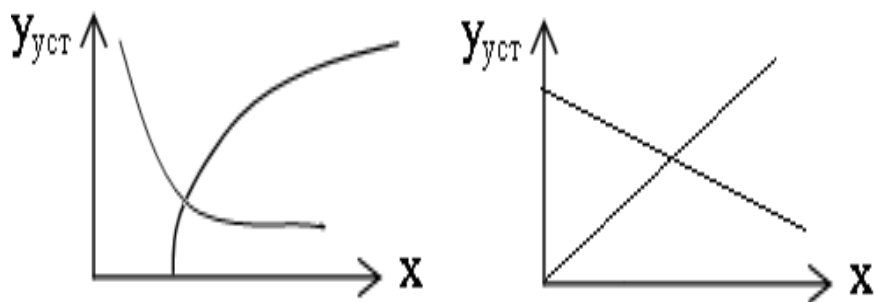


Рисунок 1 – Пример статических характеристик:

а - нелинейных, б – линейных

Статическим называется элемент, у которого при постоянном входном воздействии с течением времени устанавливается постоянная выходная величина.

Астатическим называется элемент, у которого при неизменном входном воздействии сигнал на выходе непрерывно растет с постоянной скоростью, ускорением и т.д.

Линейным статическим элементом называется безинерционный элемент, обладающий линейной статической характеристикой:

$$y_{уст} = k x + a_0.$$

Как видно, статическая характеристика элемента в данном случае имеет вид прямой с коэффициентом наклона k . Линейные статические характеристики, в отличие от нелинейных, более удобны для изучения благодаря своей простоте. Если модель объекта нелинейна, то обычно ее преобразуют к линейному виду путем линеаризации (заменяя приближенной линейной функцией либо разбивая на участки и определяя для каждого участка приближенные линейные функции).

АСР называется *статической*, если при неизменном входном воздействии ошибка управления стремится к постоянному значению, зависящему от величины воздействия. АСР называется *астатической*, если при постоянном входном воздействии ошибка управления стремится к нулю вне зависимости от величины воздействия.

Динамические характеристики

Переход системы от одного установившегося режима к другому при каких-либо входных воздействиях называется переходным процессом. Переходные процессы могут изображаться графически в виде кривой $y(t)$.

Любые процессы в АСР также принято описывать дифференциальными уравнениями, которые определяют сущность происходящих в системе процессов независимо от ее конструкции. Решив ДУ, можно найти характер изменения регулируемой переменной в переходных и установившихся режимах при различных воздействиях на систему.

Исследование АСР существенно упрощается при использовании прикладных математических методов операционного исчисления. Для задач автоматического управления наиболее удобным является операционный метод решения, основанный на преобразовании Лапласа.

Например, пусть функционирование некоторой системы описывается ДУ вида:

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \quad (1.1)$$

где x и y - входная и выходная величины.

Если в данное уравнение вместо $x(t)$ и $y(t)$ подставить функции $X(p)$ и $Y(p)$ комплексного переменного $p = \sigma + j\omega$ (σ и ω - вещественные переменные, а $j = \sqrt{-1}$ - мнимая единица) такие, что

$$X(p) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-pt} dt \quad \text{и} \quad Y(p) = \int_0^{\infty} y(t) e^{-pt} dt, \quad (1.2)$$

то исходное ДУ при нулевых начальных условиях равносильно линейному алгебраическому уравнению

$$a_2 p^2 Y(p) + a_1 p Y(p) + a_0 Y(p) = b_1 p X(p) + b_0 X(p). \quad (1.3)$$

Такой переход от ДУ к алгебраическому уравнению называется *преобразованием Лапласа*, формулы (1.2) соответственно *формулами*

преобразования Лапласа, а полученное уравнение - операторным уравнением. Новые функции $X(p)$ и $Y(p)$ называются *изображениями* $x(t)$ и $y(t)$ по Лапласу, тогда как $x(t)$ и $y(t)$ являются *оригиналами* по отношению к $X(p)$ и $Y(p)$.

Переход от одной модели к другой достаточно прост и заключается в замене знаков дифференциалов $\frac{d^n}{dt^n}$ на операторы p^n , знаков интегралов $\int \dots dt$ на множители $\frac{1}{p}$, а самих $x(t)$ и $y(t)$ - изображениями $X(p)$ и $Y(p)$.

Для обратного перехода от операторного уравнения к функциям от времени используется метод обратного преобразования Лапласа. Общая формула обратного преобразования Лапласа достаточно сложна, поэтому были разработаны специальные таблицы, в которые сведены наиболее часто встречающиеся функции $F(p)$ и их оригиналы $f(t)$.

Преобразование ДУ по Лапласу дает возможность ввести удобное понятие передаточной функции, характеризующей динамические свойства системы.

Например, операторное уравнение (1.3) можно преобразовать, вынеся $X(p)$ и $Y(p)$ за скобки и поделив друг на друга:

$$Y(p) (a_2 p^2 + a_1 p + a_0) = X(p) (b_1 p + b_0)$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}. \quad (1.4)$$

Передаточной функцией называется отношение изображения выходной величины $Y(p)$ к изображению входного воздействия $X(p)$ по Лапласу при нулевых начальных условиях:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} \quad (1.5)$$

Передаточная функция является дробно-рациональной функцией комплексной переменной:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n}, \quad (1.6)$$

где $B(p) = b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m$ - полином числителя,
 $A(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n$ - полином знаменателя.

Передаточная функция имеет порядок, который определяется порядком полинома знаменателя (n).

Из (1.5) следует, что изображение выходного сигнала можно найти как

$$Y(p) = W(p)X(p). \quad (1.7)$$

Так как передаточная функция системы полностью определяет ее динамические свойства, то первоначальная задача расчета АСР сводится к определению ее передаточной функции. При помощи преобразования Лапласа можно решить дифференциальное уравнение, однако в настоящее время наиболее часто используют передаточные функции при задании структурных моделей в прикладных программах для ПЭВМ.

Дифференциальные уравнения и передаточные функции являются основными динамическими характеристиками, но не единственными. В ряде случаев используются иные динамические характеристики, определяемые как реакция звена или системы на типовое входное воздействие.

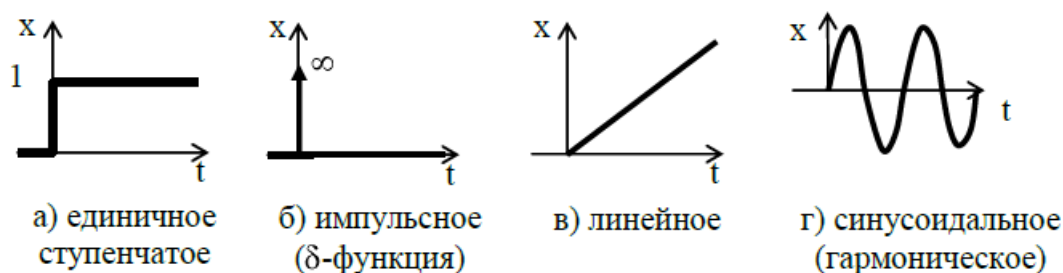


Рисунок 2 – Типовые входные воздействия

Переходной характеристикой $h(t)$ называется реакция объекта на единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях, т.е. при $x(0) = 0$ и $y(0) = 0$.

Переходную характеристику можно получить как путем решения дифференциальных уравнений исследуемого объекта, так и экспериментально.

Импульсной характеристикой (t) называется реакция объекта на импульсное воздействие при нулевых начальных условиях.

Важным свойством этой характеристики является то, что ее изображение по Лапласу есть передаточная функция системы

Лекция 5 Соединение динамических звеньев

Структурные схемы АСР могут иметь различные типы соединений звеньев. Для применения классических методов анализа часто требуется привести структурную схему к одноконтурному виду, что достигается путем замены типичных участков на эквивалентные в динамическом смысле звенья. При использовании современных пакетов прикладных программ для ПЭВМ эта операция необязательна. Рассмотрим виды соединений звеньев.

1) Последовательное соединение

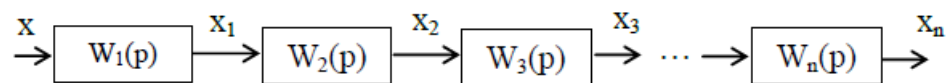


Рисунок 6 – Последовательное соединение звеньев

$$x_1 = xW_1(p), \quad x_2 = x_1W_2(p) = xW_1(p)W_2(p),$$

$$x_3 = x_2W_3(p) = xW_1(p)W_2(p)W_3(p), \quad x_n = x_{n-1}W_n(p)$$

$$x_n = x \prod_{i=1}^n W_i(p)$$

Следовательно, а эквивалентная передаточная функция при последовательном соединении звеньев равна произведению их передаточных функций:

$$W_{\text{экв}}(p) = \frac{x_n}{x} = \prod_{i=1}^n W_i(p)$$

2) Параллельное соединение

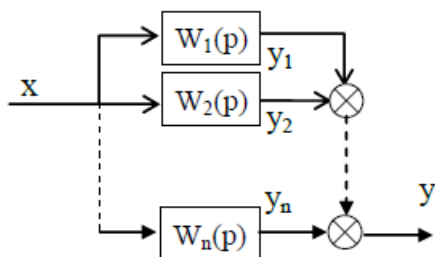


Рисунок 7 – Параллельное соединение звеньев

$$y_1 = xW_1(p), \quad y_2 = xW_2(p), \quad y_n = xW_n(p)$$

$$y = y_1 + y_2 + y_3 = xW_1(p) + xW_2(p) + xW_3(p) + \dots xW_n(p) = x \sum_{i=1}^n W_i(p)$$

Таким образом, при параллельном соединении звеньев их передаточные функции складываются:

$$W_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^n W_i(p)$$

3) Обратная связь

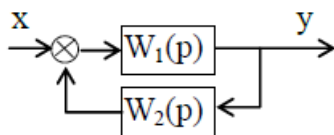


Рисунок 8 – Обратная связь

Эквивалентная передаточная функция:

$$W_{\text{экв}}(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p)W_2(p)}$$

«+» соответствует отрицательной ОС,

«-» соответствует положительной ОС

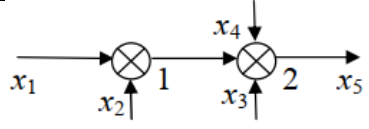
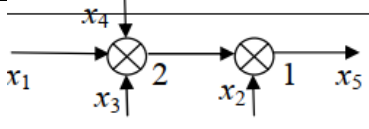
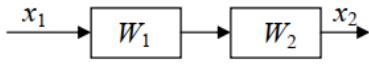
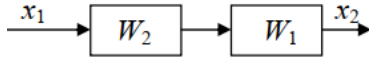
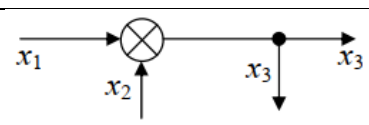
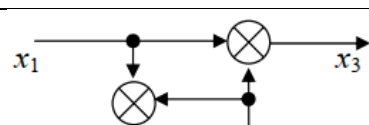
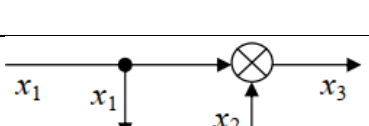
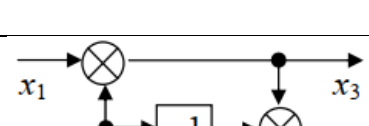
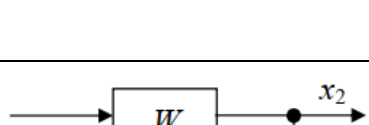
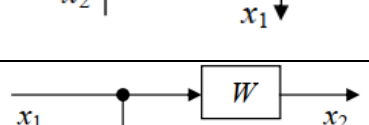

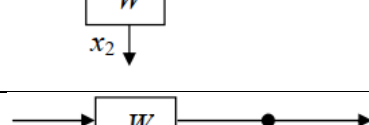
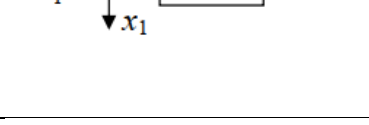
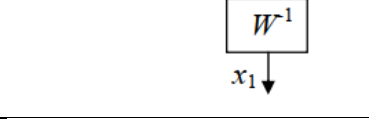

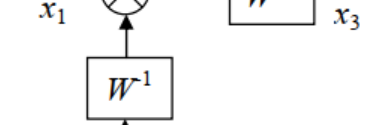
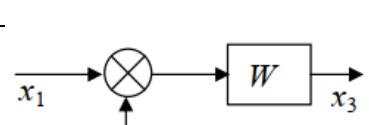
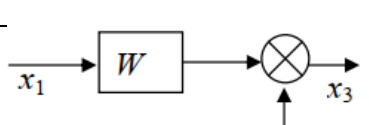
Для определения передаточных функций объектов, имеющих более сложные соединения звеньев, используют последовательное укрупнение схемы.

Правила эквивалентных преобразований. Главное правило эквивалентных преобразований – это сохранение неизменными входных и выходных сигналов преобразуемого участка схемы.

По сути, простейшие правила эквивалентных преобразований уже были разобраны, когда речь шла о различных соединениях звеньев. Остальные правила можно свести в таблицу 2.1.

Табл. 2.1

Название	Исходная схема	Эквивалентная схема
Перестановка узлов		

Перестановка сумматоров		
Перестановка звеньев		
Перенос узла с выхода на вход сумматора		
Перенос узла с входа на выход сумматора		
Перенос узла с выхода на вход звена		
Перенос узла с входа на выход звена		
Перенос сумматора с выхода на вход звена		
Перенос сумматора с входа на выход звена		
Замена звеньев прямой и обратной связи		

Замена ратной единичную ратную связь	звена связи	об на об	
---	----------------	----------------	--

Недостатком метода эквивалентных преобразований является то, что не всегда понятно, какие именно правила следует применять для упрощения структурной схемы, то есть в сложных случаях неясно, приведёт ли применение какого-либо эквивалентного преобразования к упрощению или к усложнению схемы.

Формула Мейсона. Другой путь упрощения структурных схем заключается в применении формулы Мейсона, которая позволяет сразу получить передаточную функцию любого сколь угодно сложного участка схемы или всей системы в целом:

$$W(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \cdot \sum_i W_{\text{при}}(s) \cdot \Delta_i(s). \quad (2.3.1)$$

В формуле (2.3.1) $W_{\text{при}}(s)$ – передаточные функции отдельных прямых путей от входного воздействия до выходной величины. Знаменатель $\Delta(s)$ подсчитывается по выражению:

$$\Delta(s) = 1 - \sum_i W_i(s) + \sum_{i \neq j} W_i(s) \cdot W_j(s) - \sum_{i \neq j \neq k} W_i(s) \cdot W_j(s) \cdot W_k(s) + \dots, \quad (2.3.2)$$

где $W_i(s)$ в первой сумме – передаточные функции замкнутых контуров обратной связи, во второй сумме присутствуют произведения передаточных функций двух непересекающихся (то есть не имеющих общих точек) контуров, в третьей сумме – произведения передаточных функций трёх непересекающихся контуров, и т.д. Присутствующая в формуле (2.3.1) передаточная функция $\Delta_i(s)$ – это то, что остаётся от $\Delta(s)$ после изъятия из рассмотрения i -го прямого пути (при этом разрушаются все контуры обратных связей, имеющие общие точки с этим прямым путём). В выражениях (2.3.1) и

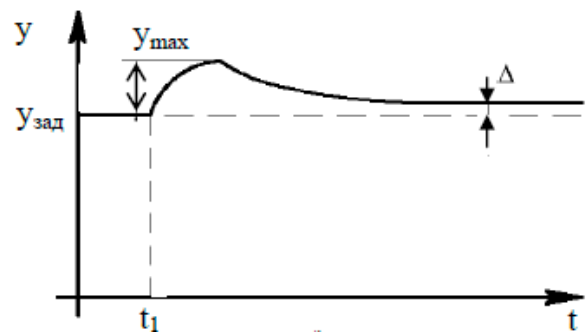
(2.3.2) все передаточные функции берутся со знаком, совпадающим со знаком соответствующей прямой или обратной связи.

Лекция 6 Анализ устойчивости линейных автоматических систем управления

Важным показателем АСР является устойчивость, поскольку основное ее назначение заключается в поддержании заданного постоянного значения регулируемого параметра или изменение его по определенному закону. При отклонении регулируемого параметра от заданной величины регулятор воздействует на систему таким образом, чтобы ликвидировать это отклонение. Если система в результате этого воздействия возвращается в исходное состояние или переходит в другое равновесное состояние, то такая система называется *устойчивой*. В зависимости от свойств элементов устойчивой АСР переходный процесс может иметь колебательный (рисунок 6.1, а) или апериодический (рисунок 6.1, б) характер. Если же возникают колебания с всевозрастающей амплитудой (рисунок 6.2, а) или происходит монотонное увеличение ошибки регулирования (рисунок 6.2, б), то система называется *неустойчивой*.

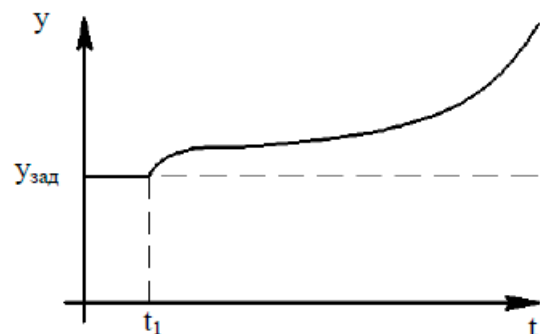
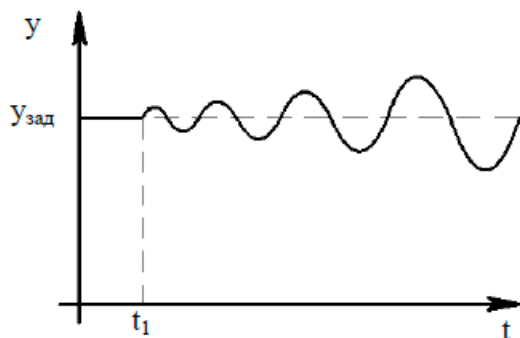


а)



б)

Рисунок 6.1 – Переходные характеристики устойчивых АСР



а)

б)

Рисунок 6.2 - Переходные характеристики неустойчивых АСР

Неустойчивая система не может сколько-нибудь долго находиться в состоянии равновесия – достаточно незначительного возмущения для того, чтобы она пришла в самостоятельное движение. Устойчивость АСР может проявляться в разной степени и зависит от величин коэффициентов передаточных функций элементов. Обычно изменение одного из коэффициентов в определенных границах (границах устойчивости) приводит к изменению динамических свойств системы, однако она остается устойчивой. Превышение *критического* значения этого коэффициента приводит к неустойчивости, а при критическом значении система находится на *границе устойчивости*. Запас устойчивости показывает, насколько далеко система находится от границы устойчивости. В случае, если изменение коэффициентов передаточных функций не позволяет добиться устойчивости, такая АСР является *структурно неустойчивой*.

Определить устойчивость АСР можно двумя способами – при помощи переходных характеристик (полученных экспериментально или расчетным путем) и при помощи *критериев устойчивости*.

Классические критерии устойчивости делятся на алгебраические и частотные и имеют различную применимость. Например, критерий Гурвица является алгебраическим и применяется для определения устойчивости замкнутых линейных систем. Критерии Михайлова и Найквиста относятся к группе частотных критериев, поскольку определяют устойчивость замкнутых систем по их частотным характеристикам; их особенностью является возможность применения к замкнутым системам с запаздыванием, которыми является подавляющее большинство систем управления.

Критерий Гурвица

Критерий Гурвица использует характеристическое уравнение АСР, которое может быть получено из передаточной функции разомкнутой системы. По коэффициентам характеристического уравнения составляется главный определитель системы, из которого находятся диагональные миноры. Для того, чтобы АСР была устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты характеристического уравнения и все диагональные миноры были положительны. При равенстве одного из диагональных миноров нулю АСР находится на границе устойчивости.

Пример. Пусть дана структурная схема АСР

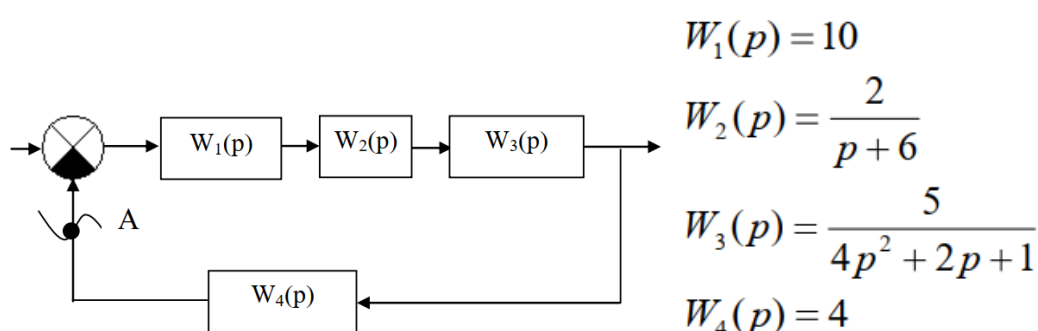


Рисунок 6.3 – Структурная схема АСР

Разомкнем условно обратную связь в точке А и определим передаточную функцию разомкнутой АСР:

$$W_{раз}(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_4(p) = 10 \cdot \frac{2}{p + 6} \cdot \frac{5}{4p^2 + 2p + 1} \cdot 4 =$$

$$= \frac{400}{4p^3 + 26p^2 + 13p + 6}$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$1 + W_{раз}(p) = 0$$

$$1 + \frac{400}{4p^3 + 26p^2 + 13p + 6} = 0$$

$$\frac{4p^3 + 26p^2 + 13p + 406}{4p^3 + 26p^2 + 13p + 6} = 0$$

$$4p^3 + 26p^2 + 13p + 406 = 0$$

Запишем характеристическое уравнение в общем виде:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$$

где $a_0 = 4$, $a_1 = 26$, $a_2 = 13$, $a_3 = 406$.

Для определения устойчивости по Гурвицу строится главный определитель таким образом, чтобы по главной диагонали были расположены коэффициенты характеристического уравнения с a_1 по a_n . Справа и слева от нее

записываются коэффициенты с индексами через 2. Для полученного характеристического уравнения главный определитель имеет вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}$$

Диагональные миноры находятся из главного определителя последовательным отчеркиванием элементов по горизонтали и вертикали, начиная с верхнего левого угла:

$$\Delta_1 = a_1 = 26 > 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 = 26 \cdot 13 - 4 \cdot 406 = -1286$$

Для рассмотренного примера все коэффициенты характеристического уравнения положительны, а второй диагональный минор – отрицателен, следовательно, АСР неустойчива.

Критерий Михайлова

Критерий Гурвица не может применяться, если АСР содержит звено запаздывания. Кроме того, для высоких порядков характеристического уравнения применение алгебраических критериев требует большого количеством вычислений, в этом случае более удобным оказывается применение частотного критерия Михайлова.

Для устойчивой АСР необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова, начинаясь при $\omega = 0$ на положительной вещественной полуоси, обходил последовательно против часовой стрелки при возрастании от 0 до n квадрантов, где n - степень характеристического полинома.

Порядок применения критерия Михайлова рассмотрим для АСР, приведенной на рисунке 6.3:

- определяется характеристический полином АСР, например

$$G(p) = 4p^3 + 26p^2 + 13p + 406$$

- подставляется $p = j\omega$:

$$G(j\omega) = 4(j\omega)^3 + 26(j\omega)^2 + 13j\omega + 406 = -4j\omega^3 - 26\omega^2 + 13j\omega + 406 = \\ = 406 - 26\omega^2 + j(13\omega - 4\omega^3) = R(\omega) + jQ(\omega);$$

- строится годограф Михайлова на комплексной плоскости (рисунок 6.4);

- об устойчивости АСР судим по виду годографа.

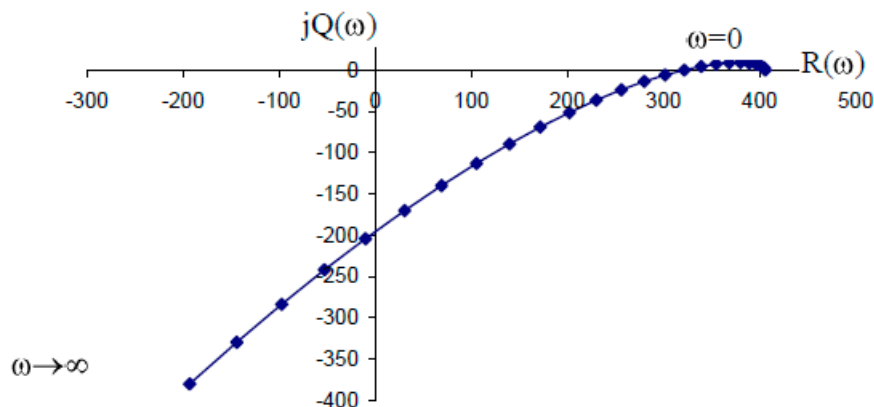


Рисунок 39 – Годограф Михайлова для рассмотренного примера

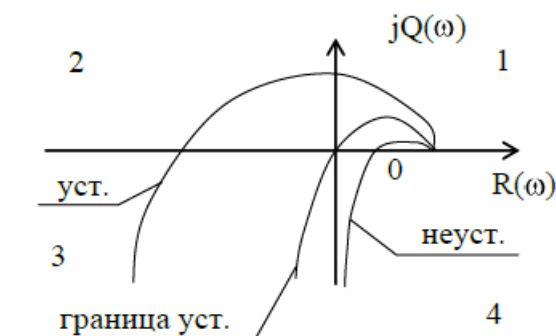


Рисунок 6.4 – Варианты годографов при $n=3$

Если годограф Михайлова проходит через начало координат, то говорят, что система находится на границе устойчивости. Судя по виду годографа рассмотренного примера (рисунок 39), данная АСР неустойчива, так как годограф переходит из 1 квадранта в 4, а затем в 3. (Для АСР с порядком характеристического уравнения, равном трем годограф должен проходить квадранты в порядке 1 - 2 - 3).

Критерий Найквиста

Данный критерий относится к частотным критериям и использует АФЧХ разомкнутой системы. Применим при наличии запаздывания.

Для устойчивости АСР необходимо и достаточно, чтобы при увеличении от 0 до АФЧХ разомкнутой системы не охватывала точку с координатами $(-1; j0)$. Если АФХ проходит через точку $(-1; j0)$, то замкнутая система находится на границе устойчивости.

Последовательность применения критерия Найквиста рассмотрим на примере АСР, приведенной на рисунке 6.3:

- определяем передаточную функцию разомкнутой системы и подставляем $p = j\omega$.

$$W_{раз}(j\omega) = \frac{400}{4j\omega^3 + 26\omega^2 + 13j\omega + 406} = \frac{400}{6 + 26\omega^2 + j13\omega - 4\omega^3} =$$

$$\frac{1600 - 10400\omega^2}{16\omega^6 + 572\omega^4 - 143\omega^2 + 36} + j \frac{1600\omega^3 - 5200\omega}{16\omega^6 + 572\omega^4 - 143\omega^2 + 36} = R(\omega) + jQ(\omega),$$

где $R(\omega) = \frac{1600 - 10400\omega^2}{16\omega^6 + 572\omega^4 - 143\omega^2 + 36},$

$$Q(\omega) = \frac{1600\omega^3 - 5200\omega}{16\omega^6 + 572\omega^4 - 143\omega^2 + 36};$$

- строим на комплексной плоскости АФЧХ разомкнутой системы (рисунки 6.5, 6.6).

- об устойчивости АСР судим по виду годографа.

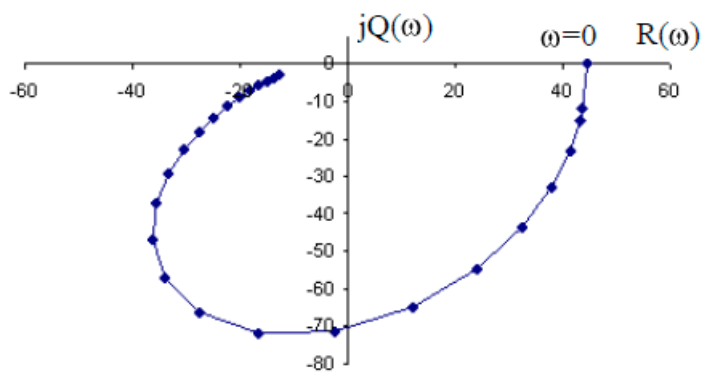


Рисунок 6.5 - Начальный участок АФЧХ разомкнутой системы (при изменении ω от 0 до 1,2)

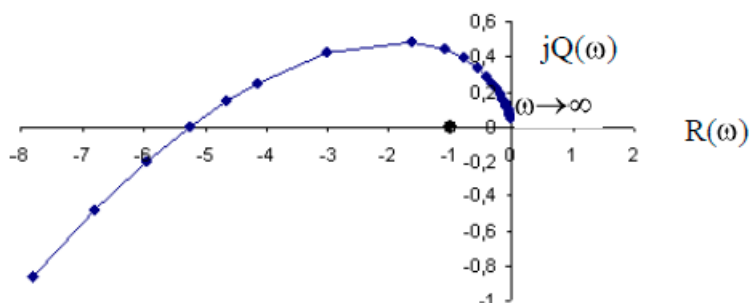


Рисунок 42 – АФЧХ разомкнутой системы при изменении ω от 1,5 до ∞

Контрольные вопросы

Лекция 7 Оценка качества управления АСУ

Прямые показатели качества

Если исследуемая АСУ устойчива, то может возникнуть вопрос о том, насколько качественно происходит регулирование в этой системе и удовлетворяет ли оно технологическим требованиям. На практике качество регулирования может быть определено по графику переходной кривой или косвенно по частотным характеристикам.

Одна из основных характеристик качества процесса регулирования – *точность*, оцениваемая значением статической ошибки $U_{ст} = U_{зад} - U_{уст}$, т.е. остаточным отклонением регулируемой величины от заданного значения по окончании переходного процесса (рисунок 1).

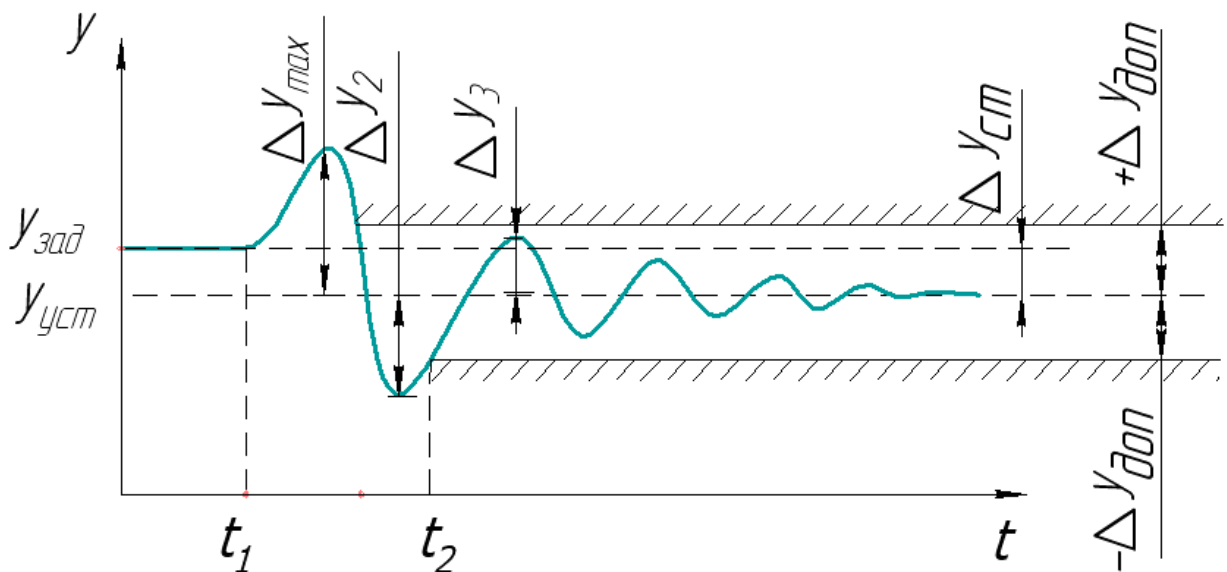


Рисунок 1 – Определение показателей качества по переходной характеристике

Время регулирования (быстродействие) оценивается как время, прошедшее от момента подачи возмущения до момента, когда отклонение управляемой величины войдет в допустимые пределы $\pm \Delta y_{доп}$:

$$t_p = t_2 - t_1.$$

Перерегулирование характеризует максимальное отклонение управляемой величины от ее установившегося значения:

$$\sigma = \frac{Y_{\max} - Y_{уст}}{Y_{уст}} 100\% = \frac{\Delta Y_{\max}}{Y_{уст}} 100\%.$$

При изменении параметров настройки автоматического регулятора (один или несколько коэффициентов передаточных функций) можно получить различные значения перерегулирования: от 0 при апериодическом переходном процессе до 100% при установившемся незатухающем колебательном процессе (АСР на границе устойчивости). В практике автоматизации наибольшее распространение получили апериодические переходные процессы и процессы с 20% перерегулированием.

Количество перерегулирований показывает, сколько раз управляемая величина превысила допустимое значение.

Степень затухания характеризует интенсивность затухания колебательного переходного процесса:

$$\varphi = \frac{Y_{\max} - \Delta Y_3}{\Delta Y_2}.$$

Изменяя параметры настройки регулятора, можно получить различную степень затухания от нуля (незатухающие колебания, система на границе устойчивости) до 1 для апериодических переходных процессов. Обычно приемлемые с практической точки зрения значения степени затухания 0,75..0,9.

Перечисленные показатели характеризуют только один признак переходного процесса. Общую характеристику переходного процесса дают интегральные показатели качества, учитывающие одновременно и перерегулирование и время регулирования.

Линейный интегральный показатель:

$$J_1 = \int_0^t \Delta y(t) dt,$$

где $\Delta y(t)$ – разность между текущим и заданным значениями управляемой величины.

Линейный интегральный показатель качества может быть использован только для апериодических переходных процессов. Для колебательных переходных процессов, когда положительное отклонение управляемой величины чередуется с отрицательным, алгебраическая сумма площадей полувольт не может характеризовать качество переходного процесса. В этом случае применяют *интегрально-квадратичный* показатель:

$$J_2 = \int_0^t \Delta y^2(t) dt$$

Косвенные показатели качества

Запас устойчивости АСР можно оценить по величине *степени устойчивости*, который определяется расстоянием от ближайшего корня (или пары корней) характеристического уравнения замкнутой системы от мнимой оси. Именно эти корни дают в переходном процессе составляющую, которая затухает медленнее остальных.

Переходные процессы в АСР могут иметь апериодический характер или колебательный. Как видно из рисунка 45, о степени колебательности можно судить по АЧХ: чем более выражена колебательность, тем больше максимальное значение отношения амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного при резонансной частоте ω_p .

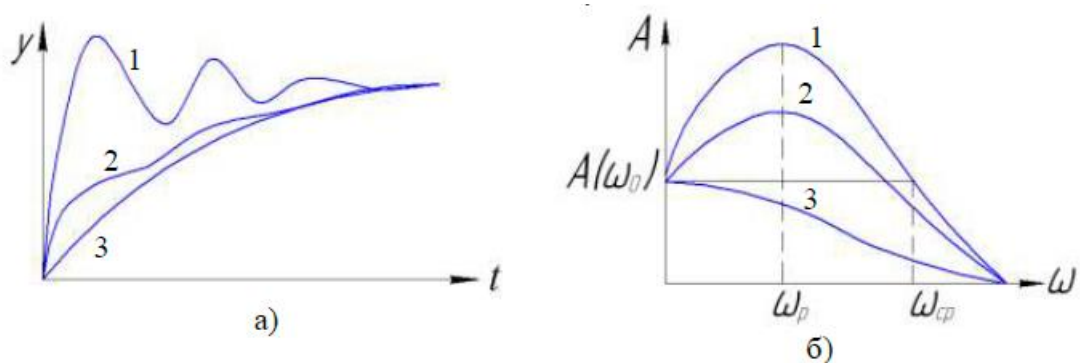


Рисунок 45 – Переходные характеристики (а) и соответствующие им АЧХ (б)

Показатель колебательности определяют по АЧХ (рисунок 45, б):

$$M = \frac{A(\omega_p)}{A(\omega_0)},$$

Чем дальше система от границы устойчивости, тем меньше выражена колебательность и меньше М. Обычно значения М для правильно настроенных АСР составляет 1,2...1,4. Время переходного процесса может быть определено по формуле:

$$t_n \approx \frac{\pi}{\omega_{cp}},$$

где ω_{cp} – частота среза (см. рисунок 45, б)

Контрольные вопросы

Лекция 8 Регуляторы

Автоматические регуляторы (АР) представляют собой большую группу автоматических управляющих устройств, которые вырабатывают регулирующее воздействие в САР, если регулируемая величина отклонится от заданного значения или изменяют регулируемый параметр по заданной программе.

Важнейшим свойством любого регулятора является *алгоритм* (закон) регулирования:

$$Y_P = f(X_P ; t) \quad (1)$$

где Y_P – выходной сигнал регулятора;

X_P – входящий сигнал регулятора, зависящий от величины рассогласования;

t – время.

В настоящее время находит применение большое разнообразие автоматических регуляторов, которые можно классифицировать по различным признакам:

1) В зависимости от требуемых значений регулируемого параметра различают регуляторы:

а) *стабилизирующие* — поддерживающие постоянное значение регулируемого параметра;

б) *программные* — обеспечивающие заданное изменение регулируемого параметра во времени с помощью специально заданной программы (станки ЧПУ);

в) *следящие* — обеспечивающие закономерное изменение регулируемого параметра в зависимости от неизвестной заранее переменной величины (копировальные станки).

2) По способу использования энергии различают регуляторы:

а) *прямого действия*, когда регулятор и регулируемый орган используют энергию только от измерительного устройства;

б) *непрямого действия*, когда регулятор или регулирующий орган используют энергию внешнего источника.

3) По виду используемой вспомогательной энергии регуляторы непрямого действия делятся на:

- а) *электрические*,
- б) *гидравлические*,
- в) *пневматические*
- г) *комбинированные*.

4) По характеру оказания воздействий с течением времени регуляторы бывают:

- а) *непрерывного действия*
- б) *прерывистого (дискретного) действия*.

5) По установившемуся значению регулируемого параметра после окончания переходного процесса регуляторы бывают

а) *статические* – в таких регуляторах в установившемся состоянии имеется погрешность, которая зависит от величины нагрузки на объект, т.е. равновесное значение регулируемого параметра всегда отличается от заданной величины, и только при номинальной нагрузке фактическое значение становится равным номинальному.

б) *астатические* - такие регуляторы после возмущения приводят регулируемый параметр к заданному значению независимо от величины нагрузки и положения регулирующего органа.

6) По числу фиксированных положений (позиций) различают:

двух-, трех- и многопозиционные регуляторы. Например, у двухпозиционного регулятора две возможные позиции регулирующего органа: «включено — выключено».

7) По скорости перемещения регулирующего органа различают регуляторы:

а) *позиционные регуляторы релейного действия с мгновенным практически перемещением;*

б) *регуляторы релейного действия с постоянной скоростью перемещения, не зависящей от абсолютной величины рассогласования (лишь направление перемещения зависит от знака рассогласования);*

в) *с переменной скоростью, зависящей от знака и величины рассогласования;*

г) *вибрационные регуляторы с вибрационным (скользящим) режимом у регуляторов релейного действия.*

8) По количеству регулируемых параметров различают регуляторы:

а) *одномерного регулирования* - регулирование по одному параметру;

б) *многомерного регулирования* - регулирование двух и более параметров.

9) По области своего применения регуляторы делятся на:

а) *индивидуальные,*

б) *специализированные*

в) *универсальные.*

2. ПОЗИЦИОННЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ

2.1. Двухпозиционные регуляторы

В простейшем случае (без обратной связи) двухпозиционный регулятор работает как двухпозиционный переключатель. Например, мощность,

подаваемая на нагреватель, имеет только два значения - максимальное и минимальное (нулевое), две позиции (отсюда и название регулятора - двухпозиционный) - нагреватель полностью включен или полностью выключен.

Двухпозиционные регуляторы используются для управления переключательными элементами:

1) электрическими устройствами - реле, контакторами, транзисторными ключами, симисторными или тиристорными устройствами, твердотельными реле и др.;

2) гидравлическими и пневматическими устройствами – клапанами, заслонками.

Двухпозиционные регуляторы обеспечивают хорошее качество регулирования для инерционных объектов с малым запаздыванием, не требуют настройки и просты в эксплуатации. Эти регуляторы представляют обычный и наиболее широко распространенный метод регулирования.

Структурная схема двухпозиционной системы регулирования приведена на рис. 1.

Для примера приведем описание работы двухпозиционного регулирования температуры в электропечи печи:

1) $\Theta < \Theta_{ЗД}$ - нагреватель включен, пока температура в печи $Y = \Theta$ меньше заданного значения $SP = \Theta_{ЗД}$.

2) $\Theta > \Theta_{ЗД}$ - нагреватель отключается, если температура Θ выше заданной $\Theta_{ЗД}$.

3) Повторное включение нагревателя происходит после уменьшения температуры до значения $\Theta = SP - H$ с учетом гистерезиса H переключательного элемента.

Гистерезис H предусмотрен для предотвращения «дребезга» управляющего выходного устройства (например, реле) и исполнительного механизма (например, нагревательного элемента), т.е. слишком частого включения (отключения) нагревателя вблизи задания SP .

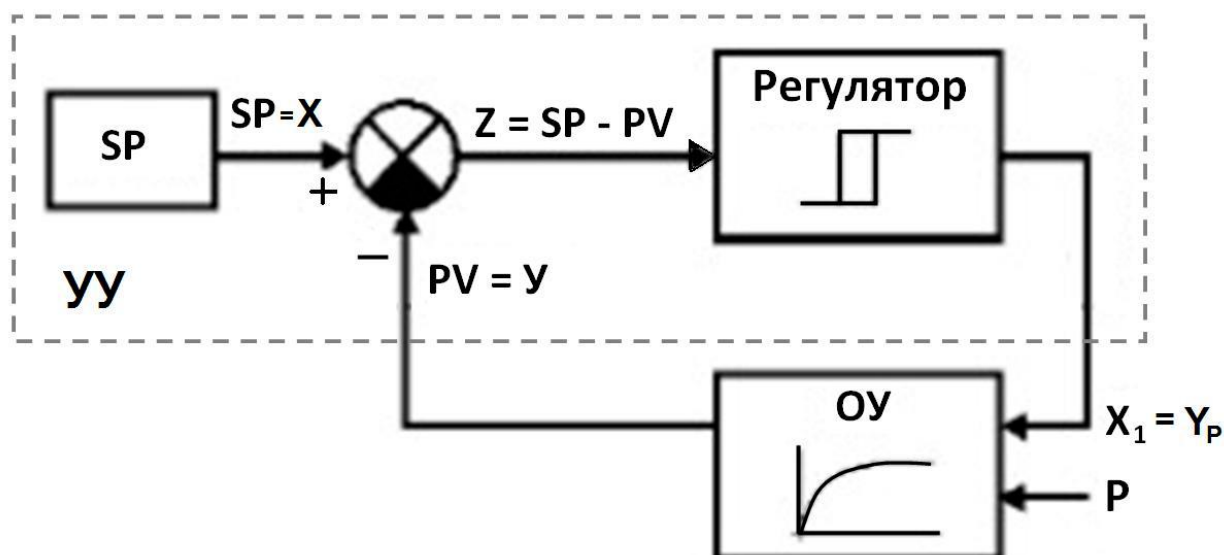


Рис. 1 Структурная схема двухпозиционной системы регулирования

УУ – управляющее устройство; ОУ – объект управления; SP – узел формирования заданной точки (задания); Z – рассогласование регулятора; $PV=Y$ – регулируемая величина; $X1 = Yp$ – управляющее воздействие; P – возмущающее воздействие.

Типы статических характеристик двухпозиционных регуляторов показаны на рис. 2.

Рис. 2

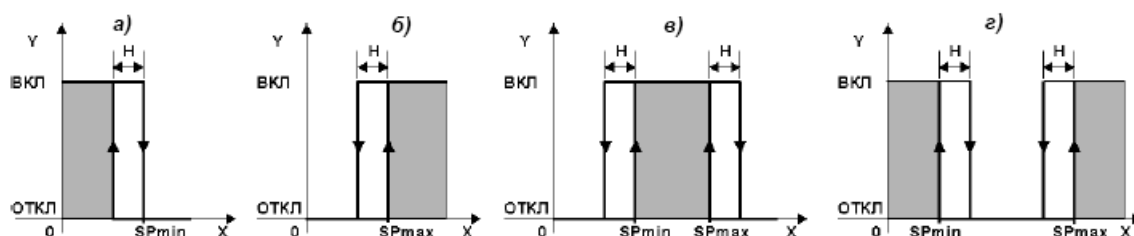


Рис. 2 Статические характеристики двухпозиционных регуляторов

Вид статической характеристики, представленный на рис. 2,а обычно применяется в различных процессах управления нагревом - нагревательных приборах, печах, термошкафах, теплообменниках и т.п. Данный тип регулятора называется обратным регулятором. При использовании в системах сигнализации данная логика работы выходного устройства носит название «меньше установленного значения» или «меньше минимума».

Вид статической характеристики, представленный на рис. 2,б: обычно применяется в различных процессах управления охлаждением – в системах

вентиляции, в холодильных установках и т.п. Данный тип регулятора называется прямым регулятором. При использовании в системах сигнализации данная логика работы выходного устройства носит название «больше установленного значения» или «больше максимума».

Виды статических характеристик, представленные на рис. 2,в и 2,г применяются для сигнализации выхода системы управления на рабочий режим. Эти регуляторы еще называют компараторами.

Характеристика на рис.2,в используется для сигнализации вхождения параметра в норму. Данная логика работы выходных устройств имеет наименование «в зоне установленных значений» или «в зоне минимум-максимум».

Характеристика на рис.2,г используется для сигнализации выхода параметра за определенные пределы. Данная логика работы выходных устройств имеет наименование «вне зоны установленных значений» или «вне зоны минимум-максимум».

2.2. Трехпозиционные регуляторы

Трехпозиционные регуляторы обеспечивают хорошее качество регулирования для инерционных объектов с малым запаздыванием.

Трехпозиционные регуляторы применяются как и двухпозиционные для управления переключательными элементами.

Трехпозиционные регуляторы используются для систем управления уровнем различных веществ, для систем управления нагреванием-охлаждением различных тепловых процессов, холодильных установок, регулирования микроклимата подогревателем и вентилятором, для систем распределения и смешивания различных потоков веществ с помощью трехходовых клапанов, кранов, смесителей, реверсивных электродвигателей, сервоприводов и др.

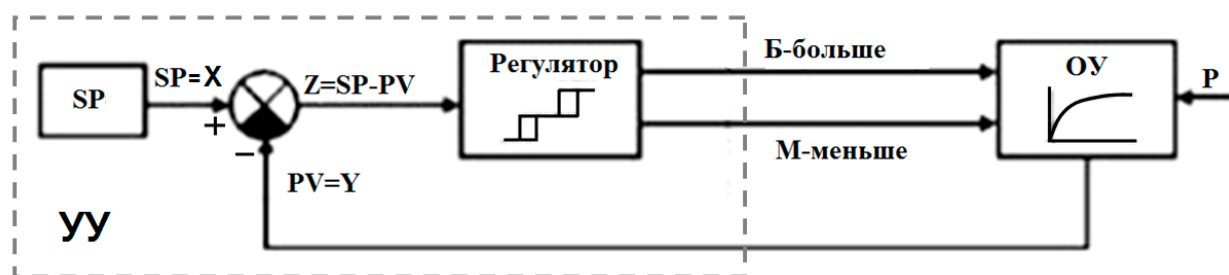


Рис. 3 Структурная схема трехпозиционной системы регулирования:
сигналы Б-больше и М-меньше - управляющие воздействия

Рассмотрим работу трехпозиционного регулятора для регулирования температуры Θ в печах типа электросопротивления. При этом задают два значения температуры $\Theta_{ЗД.МАХ}$ и $\Theta_{ЗД.МИН}$.

1) Нижний уровень $\Theta < \Theta_{ЗД.МИН}$ – при уменьшении температуры ниже уставки $\Theta_{ЗД.МИН}$, сигналом Б-больше включится электронагреватель на «треугольник» на линейное напряжение 380 В.

2) норма $\Theta_{ЗД.МИН} < \Theta_N < \Theta_{ЗД.МАХ}$ – если температура восстановится до нормальной Θ_N , то сигналом М-меньше включится электронагреватель на «звезду» на фазное напряжение 220 В.

3) Верхний уровень $\Theta > \Theta_{ЗД.МАХ}$ – если температура станет выше уставки $\Theta_{ЗД.МАХ}$, то электронагреватель отключится совсем.

Таким образом регулятор работает по закону: $\Theta_{ЗД.МИН}$ (нижний уровень) - Θ_N (норма-средний уровень) - $\Theta_{ЗД.МАХ}$ (верхний уровень).

При управлении электродвигателем исполнительного механизма трехпозиционный регулятор включает его при помощи переключательных элементов на правое вращение (1 позиция), останавливает (2 позиция) или включает на левое вращение (3 позиция).

Более распространённые современные процессы авторегулирования реализуются с применением линейных алгоритмов.

3. ЛИНЕЙНЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ

3.1. Пропорциональные регуляторы (П-регуляторы)

Пропорциональными, или статическими называют автоматические регуляторы, у которых при отклонении регулируемой величины от заданного

значения происходит перемещение регулирующего органа пропорционально величине этого отклонения (*stato* -стоящий). Чем больше отклонение, тем больше управляющее воздействие, при этом значению сигнала на входе регулятора соответствует только одно определенное положение регулирующего органа.

Пропорциональная зависимость достигается за счет действия жесткой обратной связи, поэтому П-регуляторы называются также регуляторами с жесткой обратной связью. Скорость перемещения регулирующего органа таких регуляторов пропорциональна скорости изменения регулируемой величины.

Алгоритм регулирования П-регулятора:

$$\Delta Y_P = K_P \cdot x_P$$

K_P – коэффициент передачи;

ΔY_P – перемещение регулирующего органа;

x_P – сигнал на входе регулятора.

В П-регуляторах всегда присутствует статическая ошибка регулирования.

Пропорциональные регуляторы могут применяться для управления процессами, протекающими в объектах, как обладающих, так и не обладающих самовыравниванием. При этом нужно иметь в виду, что изменения нагрузки должны быть невелики, чтобы статическая ошибка оставалась в допустимых пределах.

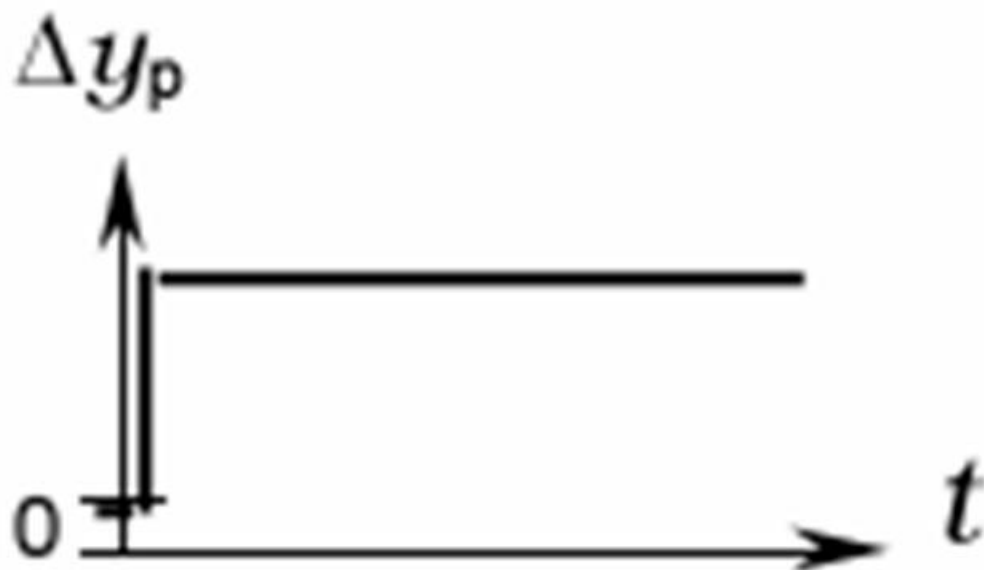


Рис. 4 Кривая разгона П-регулятора

Такие регуляторы применяются в любых объектах, например, в системах вентиляции для поддержания требуемого температурного режима в помещении и могут включать в себя таймер и дистанционное управление, также в системах регулирования давления в трубопроводе. Они имеют максимальное быстродействие. Недостаток – это наличие статической ошибки.

3.2. Интегральные регуляторы (И-регуляторы)

Интегральными, или астатическими называют автоматические регуляторы, у которых одному и тому же значению входной величины регулятора могут соответствовать различные положения регулирующего органа (*astatos* – неустойчивый, беспокойный).

Скорость перемещения регулирующего органа этих регуляторов, тем больше, чем больше отклонение регулируемой величины от заданного значения, управляющее воздействие пропорционально интегралу от рассогласования)

Полное перемещение регулирующего органа И-регулятора:

$$\Delta Y_p = K_p \int_0^t X_p dt$$

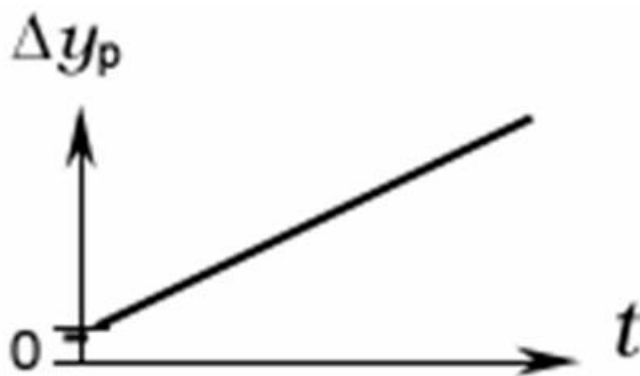


Рис. 5 Кривая разгона И-регулятора

В И-регуляторах перемещение регулирующего органа таково, что ликвидируется статическая ошибка, в отличие от П-регуляторов.

При работе И-регулятора положение регулирующего органа может изменяться при одном и том же сигнале на входе до тех пор, пока регулируемая величина не достигнет заданного значения.

Свойства идеального П-регулятора аналогичны свойствам статического объекта, не обладающего инерцией ($T = 0$), тогда как И-регулятор по своей характеристике повторяет свойства астатического объекта первого порядка.

И-регулятор имеет высокую точность регулирования. Применяется на любых статических объектах.

Недостаток - не возможно применять на астатических объектах.

И-регулятор применяется только в системах с самовыравниванием, в противном случае система будет неустойчивой.

3.3. Пропорционально – интегральные регуляторы (ПИ-регуляторы)

Сравнение П-регуляторов и И-регуляторов показывает, что первые обладают преимуществом по динамическим свойствам и обеспечивают лучший переходный процесс регулирования (выше быстродействие); преимущество вторых – отсутствие статической ошибки (выше точность регулирования)

ПИ – регулятор совмещает оба П- и И- регуляторы

ПИ – регулятор - изодромный (от греческого *isos* - равный, подобный; *dromos*- бегущий).

При отклонении регулируемой величины от заданного значения он пропорционально переместит регулирующий орган как П-регулятор. Затем продолжит перемещение регулирующего органа до исчезновения статической ошибки, т.е. приведет регулируемую величину к заданному значению аналогично И-регулятору.

ПИ-регуляторы являются регуляторами косвенного действия. Они могут применяться на любых объектах и обеспечивают высокую точность выполнения задания.

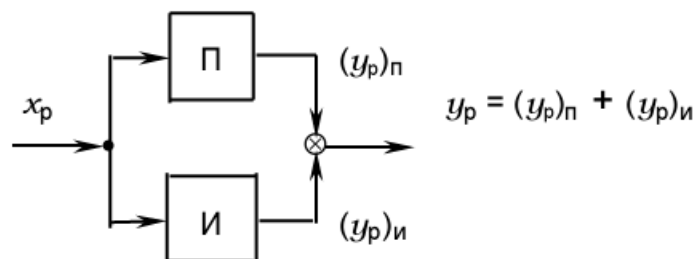


Рис. 6 Структурная схема ПИ-регулятора

Закон ПИ-регулирования:

$$\Delta y_p = K_p \cdot x_p + \frac{1}{T_H} \int_0^t x_p dt$$

Где $T_H = \frac{T_y}{K_p}$ - условная постоянная времени интегрирования.

ТУ – время удвоения - за это время полное перемещение регулирующего органа ΔU_P удваивается, по сравнению с тем, которое совершает только один - пропорциональный компонент регулятора $(U_P)П$.

Постоянная времени интегрирования в И-регуляторе равна времени, в течение которого с момента поступления на вход регулятора постоянного сигнала выходной сигнал регулятора достигнет значения, равного значению входного сигнала.

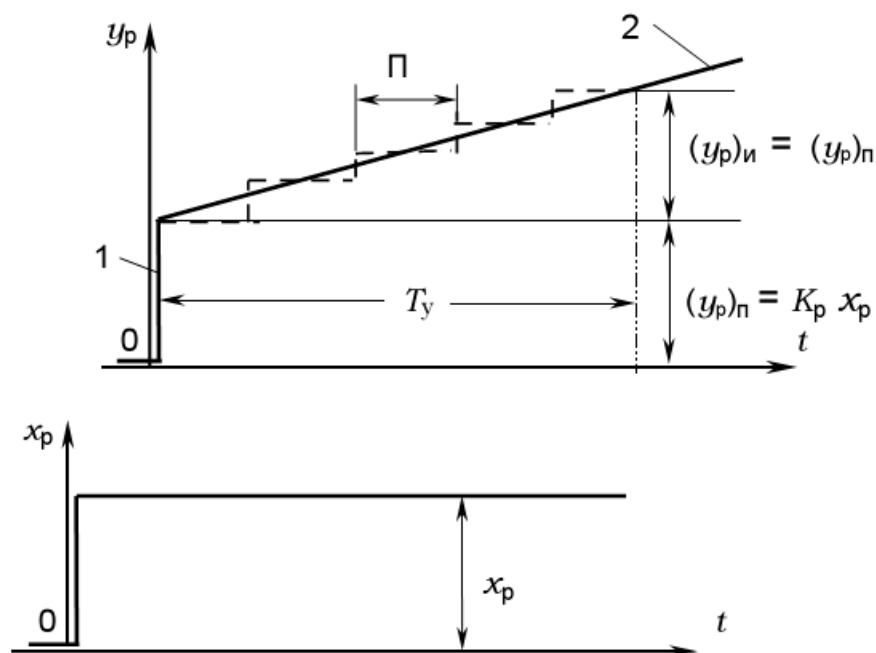


Рис. 7 Кривая разгона ПИ - регулятора:

1 - пропорциональный и 2 интегральный компоненты,

Практически встречаются промышленные образцы автоматических регуляторов, которые используют не только непрерывный, но и импульсный режим действия.

В непрерывном режиме обычно работает пропорциональная компонента регулятора, так как требуется обеспечить максимально возможную скорость исполнительного механизма. Импульсный же режим оказывается удобным для настройки требуемой средней скорости исполнительного механизма путем включения его отдельными импульсами, следующими друг за другом с периодом P . Величина P оказывается в таком случае дополнительным параметром настройки, использование которого оказывается целесообразным для компенсации запаздывания объекта

3.4. Дифференциальные регуляторы

В состав линейных регуляторов может быть введен блок дополнительного (дифференцирующего - Д) воздействия на объект по первой производной его выходного параметра. Это позволяет быстрее приводить выход объекта к его заданному значению, по сравнению с тем, когда регулятор чувствителен только к сигналу x_p . В результате реализуются

пропорционально-дифференциальные (ПД-) и пропорционально-интегрально-дифференциальные (ПИД-) законы регулирования. Однако они эффективны лишь для малоинерционных объектов, то есть объектов с малой постоянной времени и, следовательно, высокой скоростью изменения выхода.

Такие регуляторы целесообразно применять в тех случаях, когда нагрузка объектов регулирования изменяется часто и быстро, а запаздывания велики.

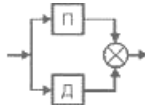


Рис. 8 Структурная схема ПД-регулятора

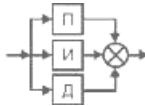


Рис. 9 Структурная схема ПИД-регулятора

Закон ПД-регулирования:

$$\Delta y_p = K_p + T_n \frac{dx_p}{dt}$$

Закон ПИД-регулирования:

$$\Delta y_p = K_p \left(x_p + \frac{1}{T_y} \int x_p dt + T_n \frac{dx_p}{dt} \right) \quad (6)$$

ТП - временем предварения - постоянная времени дифференцирующего устройства, подающего на вход регулирующего устройства импульс, пропорциональный скорости изменения регулируемой величины, называется

Контрольные вопросы

Оглавление

Введение	3
Лекция 1 Общие принципы построения АСУ	4
Лекция 2 Математическое описание САУ	12
Лекция 3 Типовые динамические звенья	20
Лекция 4 Характеристики и модели типовых динамических звеньев АСУ ...	24
Лекция 5 Соединение динамических звеньев.....	29
Лекция 6 Анализ устойчивости линейных автоматических систем управления	34
Лекция 7 Оценка качества управления АСУ	41
Лекция 8 Регуляторы	45
Литература.....	59

Литература

1. Кудинов Ю.И. Пащенко Ф.Ф. Теория автоматического управления (с использованием MATLAB-SIMULINK): учебное пособие. – 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2019. – 312 с.
2. Ефанов А.В. Теория автоматического управления: учебник для вузов / А.В. Ефанов, В.А. Ярош. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 160 с.
3. <https://tay.1c-umi.ru/>
4. Лебедев К.Н. Автоматизация управления технологическими процессами: Учебное пособие/ К.Н. Лебедев. – зерноград, ФГОУ ВПО АЧГАА, 2011. – 155 с.
5. Усынин Ю.С. Теория автоматического управления.